

УДК 548:53 + 534.22

## ДИФРАКЦИОННЫЕ ИСКАЖЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ

© 2005 г. В. И. Чередник, М. Ю. Двоешерстов

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского  
603950 Н. Новгород, просп. Гагарина 23

E = mail: Dvoesh@rf.unn.ru

Поступила в редакцию 17.03.03 г.

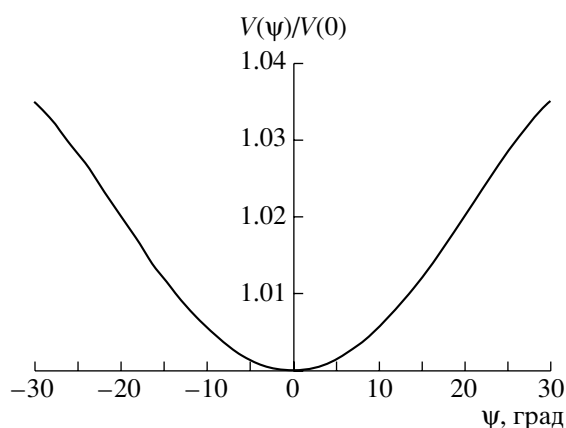
Описана методика численного моделирования и визуализации явления дифракции поверхностных акустических волн, распространяющихся в анизотропных кристаллах. Показаны примеры двумерных распределений энергии волны в некоторых ориентациях широко используемых в акустоэлектронике пьезокристаллах.

Обычно теоретический анализ свойств поверхностных акустических волн (ПАВ), распространяющихся в пьезокристаллических средах, выполняется в соответствии с предположением, что фронт волны является плоским [1, 2]. Однако, реальный акустический волновой пучок, возбуждаемый, как правило, встречно-штыревым преобразователем (ВШП), имеет конечные поперечные размеры. Поэтому в общем случае всегда имеет место дифракция акустического волнового пучка. При этом если расстояние между возбуждающим и принимающим электроакустическую поверхностную волну ВШП большое, потери энергии из-за дифракции акустического пучка могут быть существенными. Поэтому, задача анализа дифракционных искажений поверхностных акустических волн, распространяющихся вдоль поверхности различных пьезокристаллических сред, а также задача поиска “оптимальных” (с точки зрения минимума дифракционных искажений) для ПАВ ориентаций в этих средах является достаточно важной и актуальной [16].

Решить эту задачу можно, применяя методы, которые используются в оптике [7], т.е. рассматривая суперпозицию скалярных вторичных волн в точке наблюдения. Как указано в [1], пренебрежение векторным характером колебаний является оправданным для двумерных задач дифракции, когда дифракция рассматривается только в плоскости поверхности кристалла, а зависимость от глубины не принимается в расчет. Существенное отличие дифракции в анизотропных кристаллах от дифракции в оптике заключается в том, что скорость поверхностной акустической волны, распространяющейся в анизотропной среде, зависит от направления ее распространения. Если эту зависимость можно аппроксимировать параболой, задача дифракции может быть решена ана-

литически [1, 2]. В общем случае требуются численные вычисления.

В данной работе представлены методика и результаты численного моделирования дифракции ПАВ в некоторых срезах пьезокварца ( $\text{SiO}_2$ ), танталата лития ( $\text{LiTaO}_3$ ), а также лангасита (LGS). Амплитуда результирующей волны в произвольной точке на поверхности кристалла рассчитывалась как суперпозиция волн, пришедших в эту точку из различных точек волнового источника. Для получения такой суперпозиции использовались как плоские, так и цилиндрические волны. Оба варианта дают практически одинаковые профили поперечного распределения амплитуды, но, кроме того, цилиндрические волны обеспечивают выполнение закона сохранения энергии. Зависимости скорости ПАВ от направления ее распространения в пьезокристаллах  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{LiTaO}_3$ , LGS предварительно были рассчитаны с помощью методики, описанной в [8, 9]. Компьютерная программа вычислений дифракции была составлена в среде визуального программирования “Borland C++ Builder”. Результаты расчетов автоматически передавались в рабочий лист Excel и изображались в виде двумерных графиков распределения энергии волны. Эти графики наглядно демонстрируют, как различные срезы и направления в пьезокристалле выглядят с точки зрения дифракционных искажений ПАВ. Эти зависимости содержат также количественную информацию, которая позволяет рассчитывать потери распространения, обусловленные дифракционной расходимостью акустического пучка. Визуализация результатов расчетов в виде двумерных зависимостей энергии излучения от координат отличает данную работу от большинства предыдущих публикаций на эту тему, в которых представлены одномерные распределения энергии по одной из координат (обычно поперечной)



**Рис. 1.** Нормированная фазовая скорость ПАВ в зависимости от третьего угла Эйлера  $\psi$  в кварце ориентации  $(0^\circ, 132.75^\circ, \psi)$ .

для некоторых фиксированных значений другой координаты (см. например [1–5]). Двумерные распределения представлены также в [6] для кварца, танталата лития и ниобата лития, но для других условий и других ориентаций.

Рассмотрим подробнее методику анализа дифракционного расхождения волнового акустического пучка. Амплитуда волны  $A(X, Y)$  в произвольной точке плоскости с координатами  $X, Y$  может быть рассчитана как суперпозиция вторичных волн [1–6]:

$$A(X, Y) = \int_{-a/2}^{a/2} A_0(Y') K(\alpha) G(R) \times \exp\left[i2\pi \frac{v(0)}{v(\alpha)} R\right] dY'. \quad (1)$$

Здесь  $X' = 0, Y'$  – координаты точек источника,  $A_0(0, Y')$  – распределение амплитуды вторичных волн на источнике (входном ВШП),  $G(R) = 1$  для плоских волн,  $G(R) = \frac{1}{\sqrt{R}}$  для цилиндрических волн,

$R = \sqrt{X^2 + (Y - Y')^2}$  расстояние от точки источника до точки наблюдения,  $\frac{v(\alpha)}{v(0)}$  – зависимость нормированной фазовой скорости волны от направления распространения  $\alpha$ ,  $\alpha = \arctg \frac{Y - Y'}{X}$  –

угол направления распространения,  $a$  – ширина источника (апертура),  $K(\alpha)$  – функция, которая равна 1 для  $\alpha = 0$  и монотонно уменьшается при увеличении  $|\alpha|$ , простейший вариант  $K(\alpha) = \cos(\alpha)$ . В работе [1] используется  $K(\alpha) \sim \sin(\alpha)/\alpha$ . Все размеры нормированы на длину волны  $\lambda$ .

Описанная методика позволяет моделировать дифракцию также и псевдоповерхностных волн. Необходимо только дополнительно учесть следующие два обстоятельства: первое – псевдоповерхностные волны затухают в направлении своего распространения, причем коэффициент затухания зависит от этого направления, второе – псевдоповерхностные волны существуют не для всех пространственных ориентаций. Некоторые примеры дифракции псевдоповерхностных акустических волн приведены в [10]. В настоящей работе рассматривается дифракция только поверхностных волн.

Интегрирование в (1) можно выполнить аналитически, если предположить, что  $G(R) = 1$  (плоские вторичные волны),  $A_0 = \text{const}$  и зависимость скорости  $v$  ПАВ от направления распространения имеет параболический характер:

$$\frac{V(\alpha)}{V(0)} = 1 + \frac{1}{2}\gamma\alpha^2. \quad (2)$$

Величину  $\gamma$  в этом выражении называют параметром анизотропии [1]. Из аналитической теории следует, что оптимальное значение параметра анизотропии  $\gamma = -1$ . При этом значении параметра анизотропии дифракционная расходимость акустического пучка отсутствует, профиль луча сохраняется неизменным на любом расстоянии от апертуры [1]. Хотя параболическая аппроксимация скорости ПАВ справедлива далеко не всегда, тем не менее, параметром анизотропии обычно пользуются для того, чтобы оценить – оптимальна ли рассчитываемая ориентация в пьезокристалле с точки зрения дифракционных искажений. Параметр анизотропии для произвольной конкретной ориентации в кристалле может быть рассчитан с помощью следующего выражения:

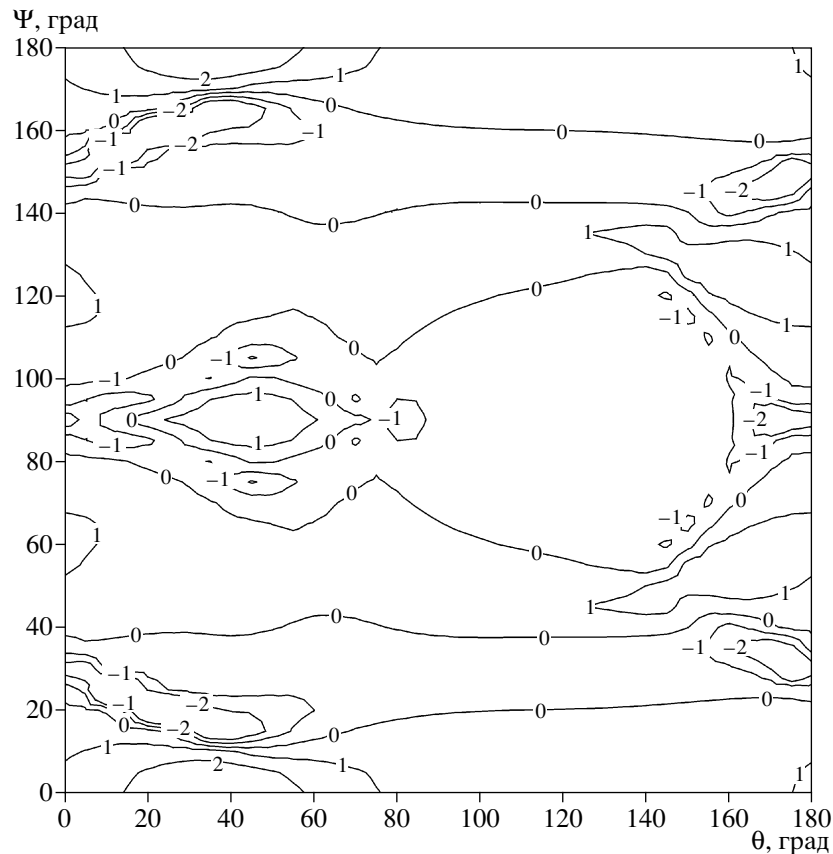
$$\gamma = \frac{\partial(pfa)}{\partial\Psi}, \quad (3)$$

где

$$pfa = \arctg\left(\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial\Psi}\right) - \text{угол потока энергии}. \quad (4)$$

Здесь  $\Psi$  – третий угол Эйлера, который определяет направление распространения ПАВ в срезе кристалла. При этом срез кристалла задается первым ( $\phi$ ) и вторым ( $\theta$ ) углами Эйлера [11].

Заметим, что в изотропной среде скорость волны не зависит от направления, и параметр анизотропии  $\gamma$  равен нулю. В анизотропных кристаллах поведение фазовой скорости волны сильно зависит от всех трех углов Эйлера, определяющих ориентацию в кристалле. Например, на рис. 1 показана кривая зависимости нормированной фазовой скорости ПАВ от третьего угла Эйлера для СТ-среза кварца  $(0^\circ, 132.75^\circ, \psi)$  в окрестности  $X$  направления ( $\psi_0 = 0$ ). Фазовая скорость нормиро-



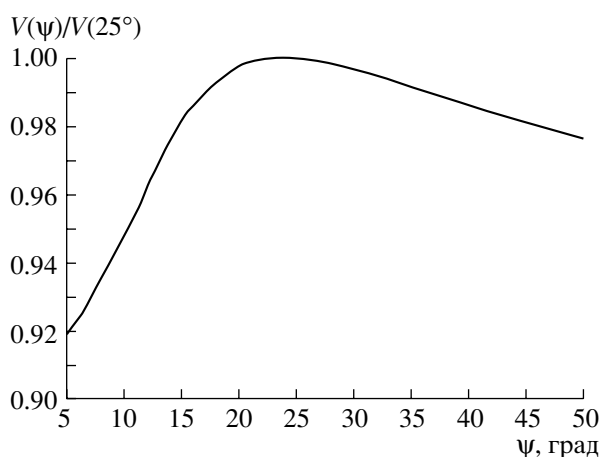
**Рис. 2.** Зависимость параметра анизотропии  $\gamma$  от второго ( $\theta$ ) и третьего ( $\psi$ ) углов Эйлера для кварца. Первый угол Эйлера  $\phi$  равен нулю. Изолинии  $\gamma$  показаны только в пределах от  $-2$  до  $2$ .

вана на скорость, соответствующую  $\psi_0 = 0$ , то есть эта кривая может быть использована для вычислений в формуле (1) ( $\alpha = \psi - \psi_0$ ). В соответствии с (3) и (4) из кривой на рис. 1 для направления  $\psi_0 = 0$  можно получить  $\gamma = 0.38$ . Положительное значение  $\gamma$  соответствует большей дифракционной расходимости, чем в изотропном случае, то есть с точки зрения дифракционных искажений ST-X кварц хуже, чем изотропная среда. На рис. 2 показаны рассчитанные двумерные изолинии величины  $\gamma$  для ПАВ в пространстве двух углов Эйлера:  $\theta = 0^\circ - 180^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ - 180^\circ$ , при фиксированном  $\phi = 0^\circ$  для пьезокварца ( $0^\circ, \theta, \psi$ ). Из рис. 2 видно, что имеется целый ряд пространственных ориентаций, в которых в соответствии с аналитической теорией дифракционные искажения для ПАВ отсутствуют ( $\gamma = -1$ ).

Поиск оптимальных для ПАВ пространственных ориентаций в пьезокристалле заключается также и в том, чтобы в найденном направлении ПАВ имела также минимальный угол потока энергии ( $pfa \approx 0$ ), минимальный температурный коэффициент задержки ( $tcd \approx 0$ ), максимальный коэффициент электромеханической связи ( $K^2$ ) и т.д. [2]. При этом поиск оптимальной ориентации заключается в поиске минимума функции цели  $\Phi_{\Sigma}$

[12], которая представляет из себя линейную комбинацию основных параметров волны ( $tcd$ ,  $pfa$ ,  $K^2$ ,  $\gamma$  и т.д.) с соответствующими экспертными (весовыми) коэффициентами. В результате такого численного поиска может быть уточнена определенная с помощью контурных карт ориентация, оптимальная с точки зрения всех основных параметров волны. Например, для кварца такой ориентацией является ориентация вблизи углов Эйлера ( $0^\circ, 45^\circ, 24^\circ$ ). На рис. 3 показана зависимость фазовой скорости для кварца ( $0^\circ, 45^\circ, \psi$ ) в окрестности направления распространения  $\psi_0 = 24^\circ$ . Около этого направления имеется максимум скорости и формулы (3) и (4) дают для этого случая  $\gamma = -0.79$ , что приближается к идеальному значению  $\gamma = -1$ . При этом в данном направлении:  $tcd = 0.2 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ ,  $K^2 = 0.13\%$ ,  $pfa \approx 0$ , фазовая скорость  $V = 3.626$  км/с.

Если на кривой фазовой скорости для направления распространения  $\psi_0$  нет экстремума, то наряду с расходимостью пучка имеет место его отклонение ( $pfa \neq 0$ ). Например, в широко используемой ориентации кварца ST+25 ( $0^\circ, 132.75^\circ, 25^\circ$ ) угол потока энергии  $pfa = 5$  град (см. рис. 1,  $\psi_0 = 25^\circ$ ).

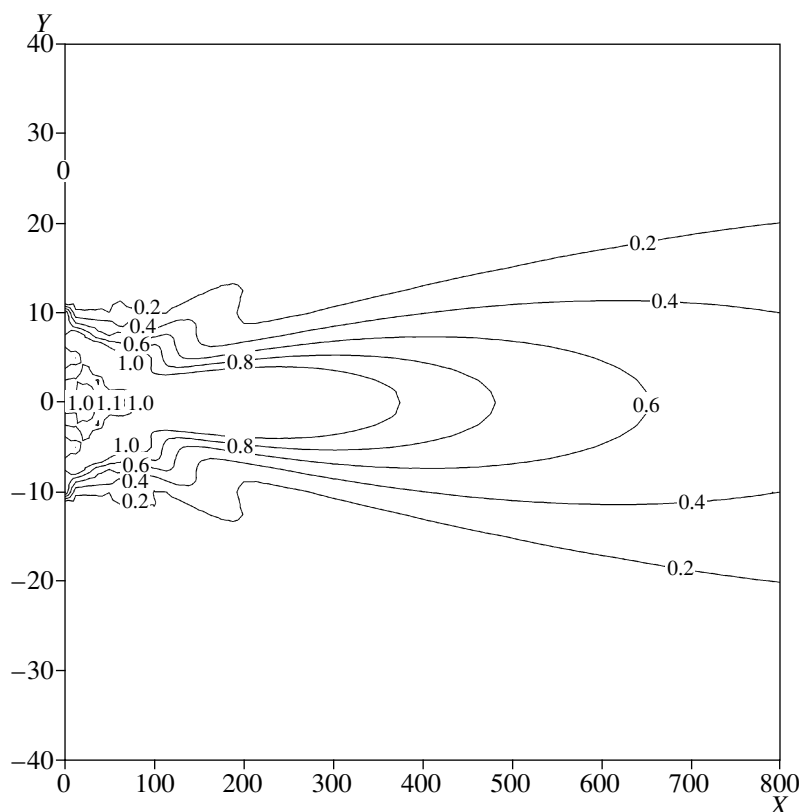


**Рис. 3.** Нормированная фазовая скорость ПАВ в зависимости от третьего угла Эйлера  $\psi$  в кварце ориентации  $(0^\circ, 45^\circ, \psi)$ .

Для вычисления интеграла (1) необходимо также предварительно вычислить фазовую скорость волны в интервале углов:  $\Psi_0 \pm 90^\circ$ . Полученные величины  $v$  использовались в виде числовых таблиц с мелким шагом в диапазоне от  $\psi_0 - 90^\circ$  до  $\psi_0 + 90^\circ$ . Значения в промежуточных точках получались линейной интерполяцией.

При вычислении (1) применялись различные формы вторичных волн – плоские и цилиндрические. Оба вида вторичных волн давали практически одинаковые профили распределения энергии по поперечной координате  $Y$ , но плоские вторичные волны не обеспечивают уменьшение амплитуды волны по мере удаления от источника в направлении распространения, т.е. не удовлетворяют закону сохранения энергии. Они дают неправильное распределение вдоль направления распространения  $X$  и не позволяют получить двумерное изображение распределения энергии. В этом случае можно получить правильный результат, если применить специальную процедуру нормировки на каждой линии  $X = \text{const}$ . Тогда оба вида вторичных волн дают практически одинаковое двумерное распределение энергии волны. Некоторые из таких распределений показаны на рис. 4–9. Во всех случаях  $A_0 = \text{const}$ , апертура = 20 длин волн. На рис. 4–9 изображены нормированные значения  $|A(X, Y)/A_0|^2$ , что пропорционально энергии волны.

На рис. 4 изображено распределение, соответствующее изотропной среде ( $\gamma = 0$ ). На рис. 5–9 показаны распределения энергии для поверхностных акустических волн, соответствующих некоторым известным срезам и ориентациям в некоторых широко используемых кристаллах. На рис. 5



**Рис. 4.** Изотропная среда,  $\gamma = 0$ .

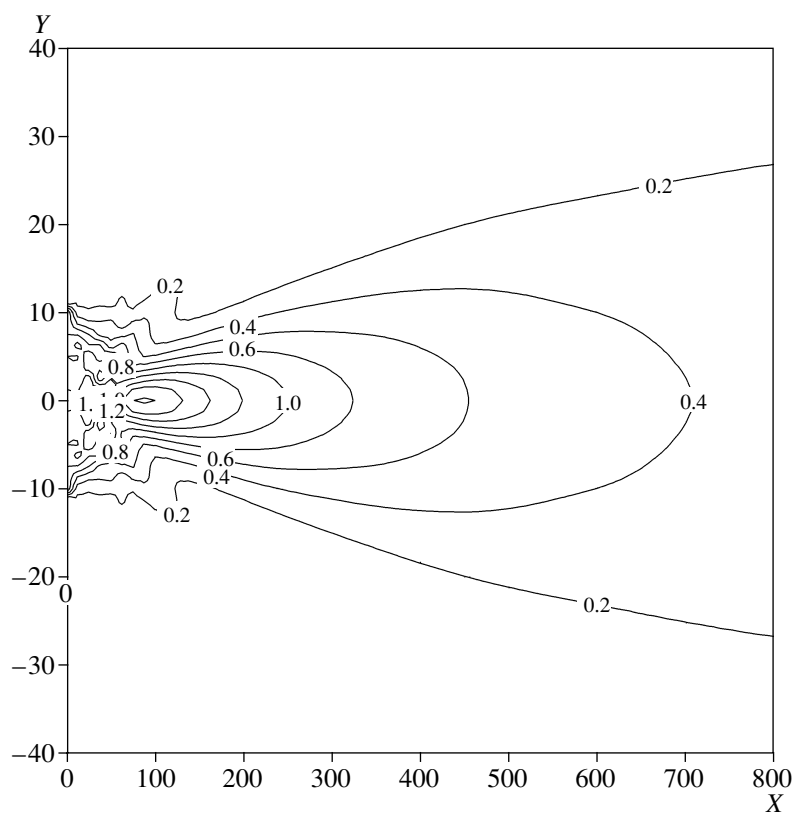


Рис. 5. Кварц ( $0^\circ, 132.75^\circ, 0^\circ$ ),  $\gamma = 0.38$ .

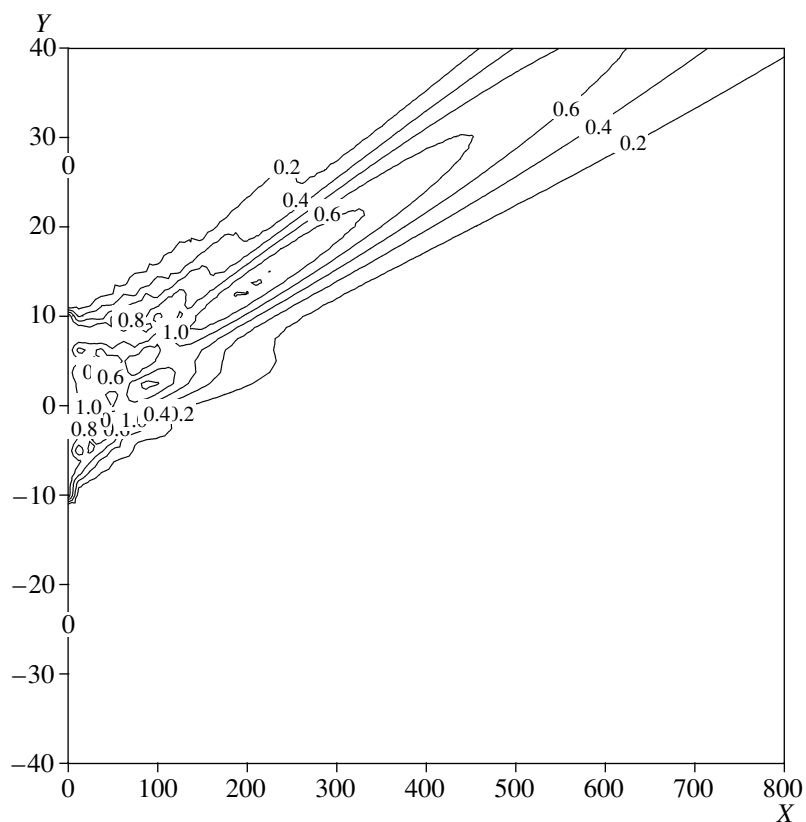


Рис. 6. Кварц ( $0^\circ, 132.75^\circ, 25^\circ$ ),  $\gamma = -0.22$ .

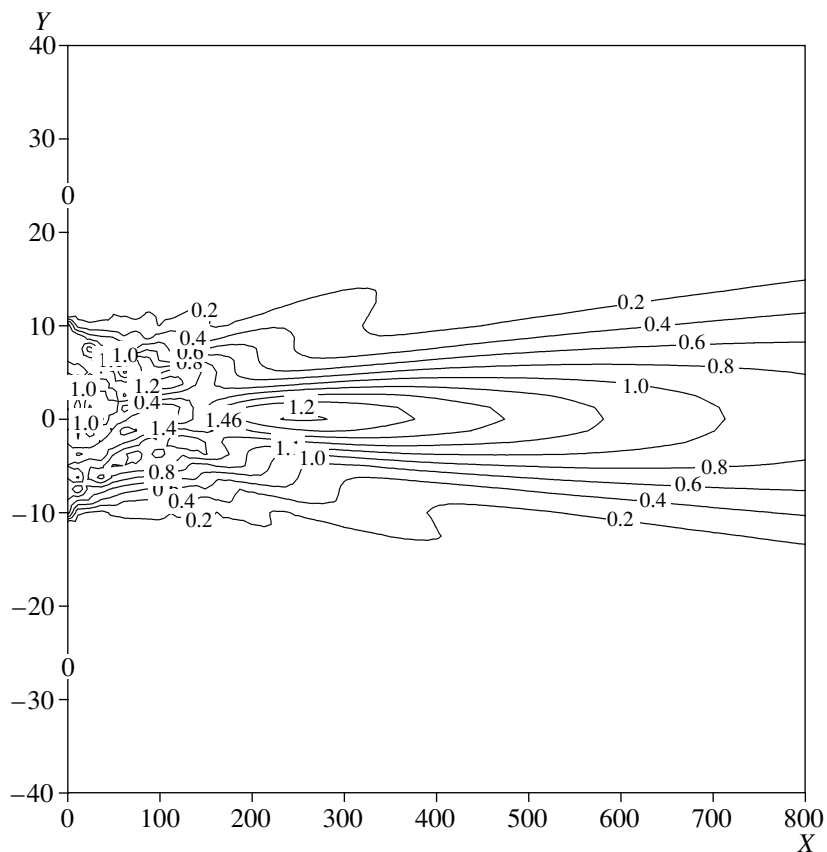


Рис. 7. Кварц ( $0^\circ, 45.1^\circ, 23.95^\circ$ ),  $\gamma = -0.79$ .

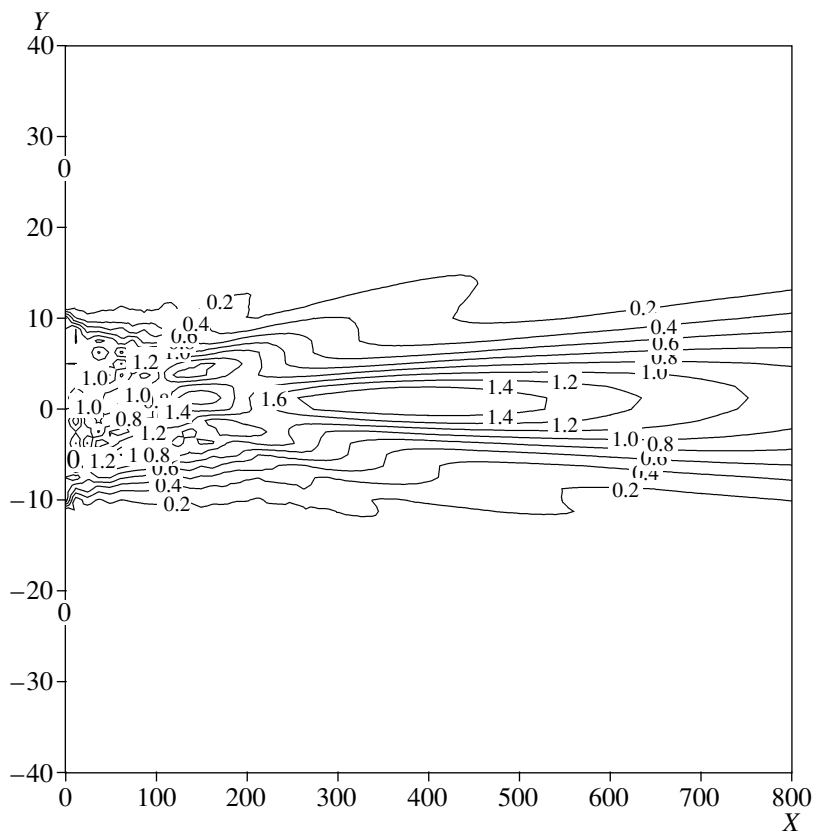


Рис. 8. LGS ( $0^\circ, 140^\circ, 25^\circ$ ),  $\gamma = -1.48$ .

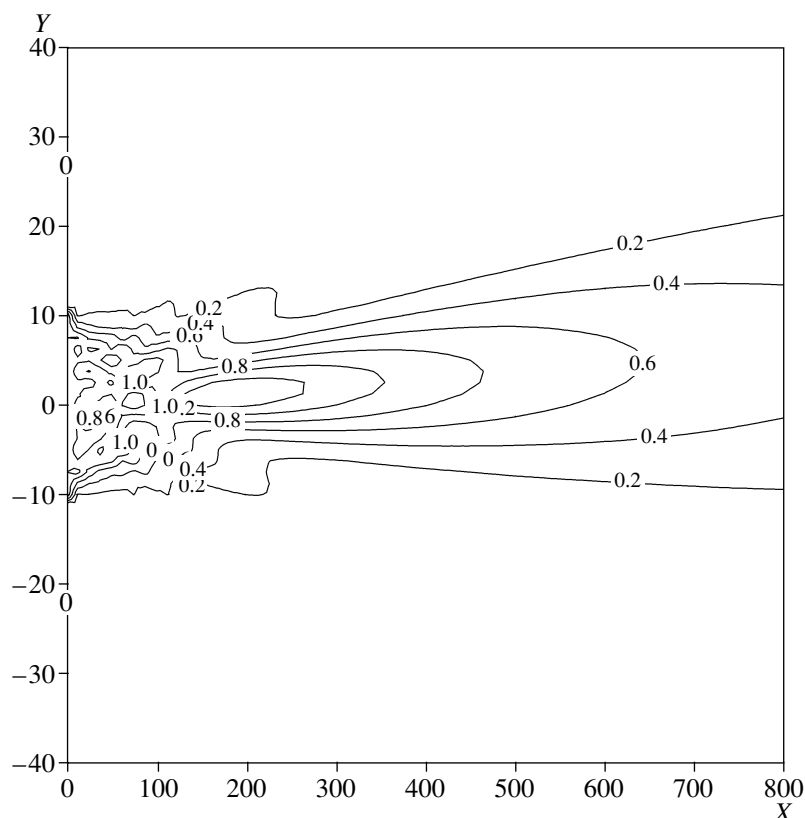


Рис. 9.  $\text{LiTaO}_3$  ( $90^\circ, 90^\circ, 112^\circ$ ),  $\gamma = -0.3$ .

представлена дифракционная картинка для ST – X кварца ( $0^\circ, 132.75^\circ, 0^\circ$ ). Сравнение с рис. 4 показывает, что этот широко используемый термостабильный срез достаточно плох с точки зрения дифракционной расходимости. Это обусловлено характером поведения скорости ПАВ вблизи направления распространения (на соответствующей кривой имеется минимум). Для больших расстояний между ВШП эта ориентация не подходит. На рис. 6 показано распределение энергии для ST + 25 кварца ( $0^\circ, 132.75^\circ, 25^\circ$ ). Эта ориентация соответствует особому фазовому соотношению между электрическим потенциалом и продольным механическим смещением волны и поэтому может быть использована для однонаправленных ВШП (NSPUDT) [13]. Для этой ориентации формулы (3)–(4) дают  $\gamma = -0.22$ , дифракционная расходимость меньше, чем в изотропной среде, но имеется отклонение волнового луча на 5 градусов, потому что на кривой фазовой скорости для этого направления нет экстремума. Рис. 6 наглядно показывает, как необходимо расположить относительно друг друга входной и выходной ВШП, чтобы предотвратить потери энергии из-за этого отклонения.

На рис. 7 изображена дифракционная картина для пьезокварца ориентации ( $0^\circ, 45.1^\circ, 23.95^\circ$ ).

В окрестностях этой ориентации ПАВ имеет параметры, близкие к оптимальным, в частности, высокую термостабильность, нулевой угол потока энергии (на кривой скорости имеется максимум – см. рис. 3). Кроме того, для этого направления параметр анизотропии  $\gamma = -0.79$  и дифракционная расходимость относительно мала.

На рис. 8 показано распределение энергии для LGS ( $0^\circ, 140^\circ, 25^\circ$ ). Вблизи этой ориентации все параметры волны для этого кристалла очень хорошие ( $v = 2.744$  км/с,  $tcd \approx 0$ ,  $K^2 = 0.36\%$ ,  $pfa \approx 0.1$  град,  $\gamma = -1.48$ ). Дифракционная расходимость достаточно мала, как видно из рис. 8, но имеется некоторая несимметрия волнового пучка из-за несимметричности кривой фазовой скорости вблизи этого направления. Материальные константы для лангасита (LGS) были взяты из работы [14].

Наконец, на рис. 9 изображена дифракционная картинка для  $\text{LiTaO}_3$  ( $90^\circ, 90^\circ, 112^\circ$ ). Параметр анизотропии  $\gamma = -0.3$ . Как видно из рис. 9, волновой пучок имеет малую дифракционную расходимость, но имеется слабое отклонение, потому что это направление не соответствует точно максимуму кривой фазовой скорости ( $pfa = 1.2$  град). Материальные константы для  $\text{LiTaO}_3$  были взяты из работы [15].

Таким образом, в данной работе описана методика расчета и визуализации двумерного распределения энергии распространяющейся поверхностной акустической волны, дающая возможность получать наглядные дифракционные искажения ПАВ для любой ориентации пьезокристалла любого класса кристаллографической симметрии, что позволяет оценивать соответствующие ориентации с точки зрения дифракционных потерь и потерь, связанных с отклонением потока энергии акустического пучка. Кроме того, из этих распределений могут быть получены количественные данные для расчета дифракционных потерь.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Оливер А.* Поверхностные акустические волны. М.: Мир, 1981. 500 С.
2. *Мэттьюз Г.* Фильтры на поверхностных акустических волнах. М.: Радио и связь, 1981. 470 с.
3. *Milsom R.* A diffraction theory for SAW filters on non-parabolic high-coupling orientations // Proc. IEEE Ultrason. Symp. 1977, pp. 827–833.
4. *Kerber G., Alsup G.* Surface acoustic wave diffraction // Proc. IEEE Ultrason. Symp. 1977. pp. 834–839.
5. *Streibl I., Syrett B., Suthers M.* SAW diffraction compensation on YZ-LiNbO<sub>3</sub> // Proc. IEEE Ultrason. Symp. 1983. pp. 62–65.
6. *Ronnekleiv A.* Guiding and diffraction of PSAW // Proc. IEEE Ultrason. Symp. 2000. pp. 219–222.
7. *Горелик Г.С.* Колебания и волны. М.: Физматгиз, 1959. 566 с.
8. *Двоешерстов М.Ю., Чередник В.И., Чириманов А.П.* Расчет поверхностных акустических волн в кристаллах с применением процедуры глобальной оптимизации // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43. № 9. С. 801–813.
9. *Двоешерстов М.Ю., Савин В.А., Чередник В.И.* Сравнительный анализ процедур поиска решений для поверхностных акустических волн в пьезокристаллах. // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 6. С. 847–852.
10. *Cherednick V.I., Dvoesherstov M.Yu.* Diffraction of pseudosurface acoustic waves in anisotropic media // Proc. 16<sup>th</sup> European Frequency and Time Forum. 2002. St. Peterburg, Russia. pp. C107–C109.
11. *Шаскольская М.П.* Акустические кристаллы. М.: Наука. 1982. 632 с.
12. *Двоешерстов М.Ю., Петров С.Г., Чередник В.И. и др.* Новые оптимальные ориентации для ПАВ в пьезокристаллах лангасита, ланганита и лангата // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 8. С. 103–108.
13. *Thorvalsson T.* Analysis of the natural single phase unidirectional SAW transducer // Proc. IEEE Ultrason. Symp. 1989. pp. 820–826.
14. *Pisarevsky Yu., Senushencov P., Mill B. et al.* Elastic, piezoelectric, dielectric properties of La<sub>3</sub>Ga<sub>5,5</sub>Ta<sub>0,5</sub>O<sub>14</sub> single crystals // Proc. IEEE International Freq. Control Symp. 1998. P.742–747.
15. *Kovacs G., Anhorn M., Engan H. et al.* Improved Material Constants for LiNbO<sub>3</sub> and LiTaO<sub>3</sub> // Proc. IEEE Ultrason. Symp. 1990. pp. 435–438.